

文章编号: 1673-5196(2012)06-0030-04

# 基于裂纹扩展的齿轮弯曲疲劳寿命仿真分析

石万凯, 汤庆儒

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:** 从齿轮内部存在缺陷这一事实出发, 研究不同载荷、不同缺陷位置对齿轮寿命的影响. 根据齿轮无损探伤验收标准设定的初始缺陷, 应用边界元分析软件 FRANC3D(fracture analysis code in 3dimensions) 计算了裂纹前沿不同位置处的应力强度因子, 对齿轮在不同载荷条件下进行裂纹扩展的仿真, 得到不同载荷条件下载荷循环次数与裂纹长度关系曲线及齿轮寿命与齿根应力幅值曲线.

**关键词:** 齿轮; 弯曲疲劳寿命; 断裂力学; 应力强度因子; FRANC3D

**中图分类号:** TH114 **文献标识码:** A

## Simulative analysis of gear bending fatigue life based on crack propagation

SHI Wan-kai, TANG Qing-ru

(State Key Lab of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Taking account of the fact that there are defects in the interior of a gear, the influence of the different loads and locations of the defects on the gear life was investigated. The initial defect was set according to gear nondestructive flaw detection acceptance criteria. The boundary element analysis software FRANC3D was used to calculate the stress intensity factor at different locations of the crack front and simulate the crack propagation in different gear loading conditions, so that the relationship curve of load cycles versus crack length and the curve of gear life versus tooth root stress amplitude were obtained under different load conditions.

**Key words:** gear; bending fatigue life; fracture mechanics; stress intensity factor; FRANC3D

目前, 国内外对齿轮弯曲疲劳寿命的评价主要建立在试验的基础上得出材料的寿命与应力幅值曲线, 将齿根所受的名义应力和材料的强度对比来确定齿轮的安全系数. 这种传统的齿轮弯曲强度理论在生产中经受了长期的考验, 得到了广泛的应用. 然而某些按传统设计方法设计、制造、严格检验的齿轮仍然发生了断裂, 这些齿轮折断处的应力并不高, 有的甚至远远低于材料的屈服极限. 这是由于实际材料中不可避免地存在夹渣、缩孔等各种缺陷, 材料中的这些缺陷往往会成为疲劳裂纹的萌生点, 其实际强度大大低于传统设计中使用的许用强度.

齿根疲劳破坏可以分为裂纹的萌生、裂纹的缓慢扩展以及最后失稳断裂 3 个阶段, 齿轮的弯曲疲劳寿命可以视为裂纹萌生和裂纹扩展的时间之和<sup>[1]</sup>.

Lewicki 对直齿、斜齿裂纹扩展进行了研究<sup>[2-4]</sup>; 国内一些学者也应用断裂力学的理论对齿轮裂纹扩展的过程进行了研究, 南京航空航天大学的朱如鹏分别应用 ANSYS、ABAQUS 和 FRANC3D 对直齿齿根裂纹扩展进行了一些研究, 并与实验结果进行了对比, 取得了令人满意的结果<sup>[5-6]</sup>.

本文以应力强度因子为描述参量, 从零件内部存在缺陷这一事实出发, 研究了不同载荷、不同缺陷位置对齿轮寿命的影响, 获得了不同载荷条件下载荷-寿命曲线.

## 1 裂纹扩展理论

### 1.1 裂纹类型

根据裂纹受力和断裂特征, 可将裂纹分为 3 类: I 型(张开型), II 型(滑开型), III 型(撕开型). 国内外学者的研究结果显示, 齿轮齿根疲劳裂纹主要是 I 型裂纹.

收稿日期: 2012-02-28

基金项目: 国家自然科学基金(51075408)

作者简介: 石万凯(1968-), 男, 重庆人, 博士, 教授.

### 1.2 应力强度因子(SIF)

应力强度因子是表征外力作用下弹性物体裂纹尖端附近应力场强度的一个重要参量,与裂纹大小、形状以及外应力有关.用应力强度因子来评价裂纹体受力程度,从强度和韧性两方面综合考虑,比单纯用应力作为力学参数更确切、全面. Irwin 于 1957 年建立了以应力强度因子为参量的裂纹扩展准则——应力强度因子准则:  $K_I = K_c$ , 即对于 I 型裂纹,当应力强度因子  $K_I$  达到阈值  $K_c$  时,裂纹就会开始扩展.实验表明:当  $K_I$  达到一个临界值时,裂纹就失稳扩展而后导致断裂.这一理论成功地解释了低应力脆断事故.

对于三维裂纹应力强度因子,可以通过定义几何点将裂纹前缘划分为若干等分,在每一个几何点上,建立一个与该点切线方向正交的平面,并分别在每个正交面内使用二维裂纹理论计算.对于 I 型裂纹,使用裂纹张开位移计算 I 型应力强度因子.

### 1.3 裂纹扩展速率

裂纹扩展分析的步骤为:

- 1) 计算裂纹前缘上所有节点的应力强度因子;
- 2) 确定每个节点的扩展方向和大小;
- 3) 拟合新位置的裂纹前缘曲线;
- 4) 根据新裂纹前缘添加新曲面形成裂纹面;
- 5) 扩展后的裂纹引入到完好的网格模型中.

裂纹扩展的 3 个阶段如图 1 所示,区域 I 内,当  $\Delta K < \Delta K_{th}$  时,裂纹不扩展;区域 III 内扩展速度很快;在区域 II 内,Paris<sup>[7-8]</sup> 给出了裂纹扩展速度  $da/dN$  与应力强度因子的关系:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^n \quad (1)$$

式中:  $C, n$  为定值,材料属性由实验测得;  $a$  为裂纹长度;  $N$  为载荷的循环次数.

式(1)没有考虑区域 I 和区域 III 的寿命,For-

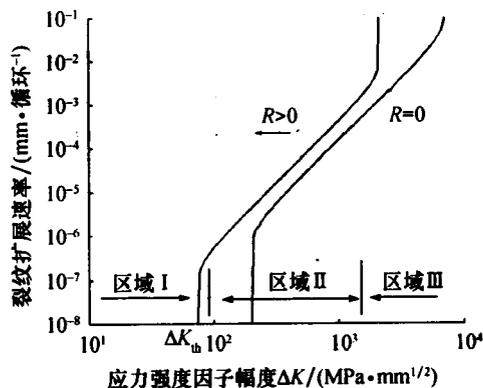


图 1 疲劳裂纹扩展速率  
Fig. 1 Fatigue crack growth rate

man-Newman-de Koning 公式考虑了区域 I、III 的寿命及载荷循环特征  $R (R = F_{min}/F_{max})$  的影响,在式(1)的基础上加入修正系数进行修正:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C' (1-f)^n \Delta K^n \left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}\right)^p}{(1-R)^n \left(1 - \frac{\Delta K}{(1-R)K_c}\right)^q} \quad (2)$$

式中:  $C', n, p, q$  为与材料有关的常量,由实验测得;  $f$  为载荷循环特征  $R$  的函数.

## 2 齿根裂纹扩展仿真分析与寿命预测

### 2.1 模型的建立

本文选取渐开线直齿圆柱齿轮为研究对象,材料为 17NiCrMo6-4, 齿轮基本几何参数及材料性能见表 1. 运用 ANSYS 系统的参数化设计语言 (APDL) 建立齿轮实体,切取单个齿并将模型导入边界元分析软件 FRANC3D. 在节圆处施加 2 000 N 垂直齿廓方向的力,齿的两侧施加固定约束.

表 1 齿轮几何参数及材料性能

齿数	模数	压力角	齿宽	弹性模量	泊松比	屈服强度	抗拉强度
$Z$	/mm	$\alpha/(\circ)$	$b$ /mm	$E$ /GPa	$\mu$	$\sigma_s$ /MPa	$\sigma_b$ /MPa
24	4.5	20	20	206	0.3	850	1 200

### 2.2 齿根初始裂纹设置

齿轮是机械设备的重要零件,因此需要进行无损检测,各生产厂家都有自己的探伤验收标准,MAAG 公司对重要齿轮传递动力部分的无损探伤验收标准为缺陷的当量直径小于  $\phi 0.7$  mm,国内风机行业制定的离心压缩机高速鼓风机齿轮和洛阳矿山机械厂允许齿轮缺陷当量直径为  $\phi 2$  mm<sup>[9]</sup>. 直齿圆柱齿轮的弯曲应力在齿根过渡圆角处最大,另外硬齿面齿轮的加工过程中,并不要求磨削过渡圆角部分,表面粗糙度相对较大,裂纹常常在齿根过渡圆角处萌生,因此在齿根应力最大处设置如图 2 所示缺陷,其中  $a=b=c=0.4$  mm,缺陷平面垂直于过渡圆弧曲面,当量直径小于  $\phi 0.7$  mm.

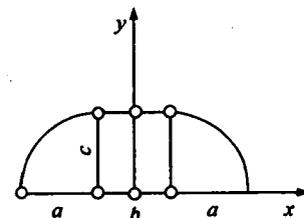


图 2 齿根的初始缺陷

Fig. 2 Initial defect in tooth root

### 2.3 裂纹扩展及寿命预测

模型划分网格后对设置的初始裂纹进行扩展仿

真,步长为 0.5 mm. 图 3 中 3 条曲线是经过 5、10、15 步扩展之后裂纹前缘 I 型应力强度因子变化曲线,随着裂纹的扩展,裂纹前缘应力强度因子逐渐增大. 曲线靠近两端处  $K_I$  较大,因此裂纹向齿宽方向扩展速度较快,这一结果与实际情况吻合.

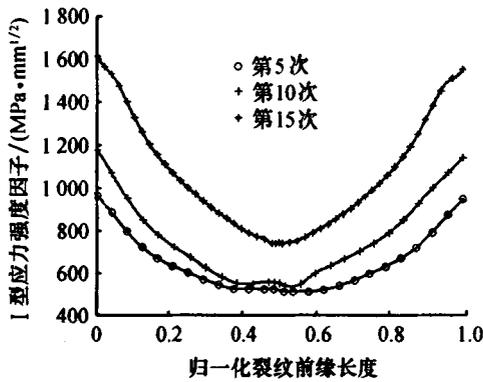


图 3 第 5、10、15 次扩展后 I 型应力强度因子变化  
Fig. 3 Change of mode I SIF after crack propagation for 5/10/15 steps

若所加外载荷为脉动循环变载荷,载荷循环特征  $R=0 (R=F_{min}/F_{max})$  时,基于 Forman-Newman-de Koning 公式计算得到的齿轮寿命与载荷循环次数的关系如图 4 所示,结果显示循环次数小于  $4 \times 10^4$  次时,裂纹扩展较缓慢;循环次数在  $4 \times 10^4 \sim 7 \times 10^4$  次时为裂纹扩展的中速区,裂纹长度与应力循环次数近似为线性关系;之后进入高速区,裂纹迅速扩展直至失稳断裂.

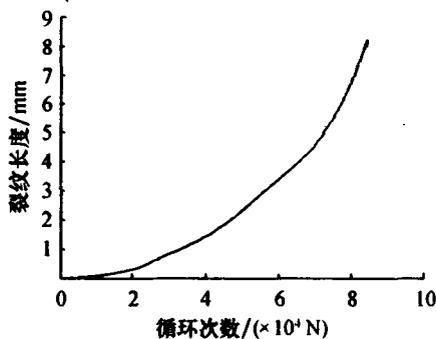


图 4 齿根裂纹长度与载荷循环次数的关系曲线  
Fig. 4 Relationship curve of crack depth in tooth root versus number of load cycles

#### 2.4 不同初始缺陷位置时裂纹扩展速度对比

为研究初始缺陷位置对裂纹扩展速度的影响,分别把初始缺陷中点设置在距离齿轮端面 10.0、7.5、5.0 mm 处,对其进行裂纹扩展仿真,可得到扩展过程中裂纹面面积与裂纹前缘最大应力强度因子的关系曲线,图 5 显示缺陷位置距离齿轮端面越近,裂纹前缘最大应力强度因子越大,裂纹扩展速度越快,因此齿轮材料缺陷位置距离齿轮端面越近,对齿

轮寿命的影响越大.

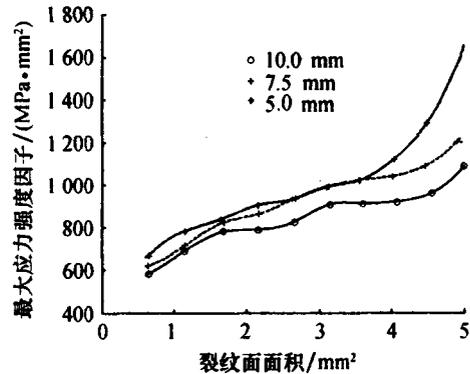


图 5 不同初始缺陷位置裂纹面积与最大应力强度因子关系

Fig. 5 Relation of crack area to maximum stress intensity factor under conditions of different initial defect locations

#### 2.5 不同载荷条件下裂纹扩展结果对比

图 6 可见当裂纹扩展到 5 mm 后,裂纹已进入快速扩展区,此时齿轮可视为已经失效. 为研究不同载荷对齿轮寿命的影响,分别在节圆处施加峰值为 2 000、2 500、3 000、4 000 N 的脉动循环变载荷 ( $R=0$ ),设置图 2 所示初始缺陷,对其进行裂纹扩展仿真并计算得到相应的寿命,如图 6 所示. 表 2 为齿根

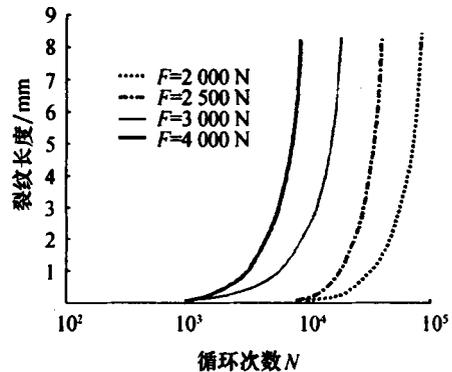


图 6 不同载荷条件下裂纹长度与循环次数的关系

Fig. 6 Relation of crack length to number of load cycles under different load conditions

表 2 不同载荷条件裂纹扩展到齿宽一半时载荷循环次数  
Tab. 2 Number of load cycles when crack length grew to half of tooth width under different load conditions

载荷/N	无缺陷时齿根最大等效应力/MPa	循环次数
1 900	705	72 763
2 000	743	70 586
2 100	776	62 092
2 250	837	48 237
2 500	932	34 453
3 000	1 110	15 207
3 500	1 290	12 414
4 000	1 455	7 232
4 500	1 660	5 304

裂纹扩展到齿宽一半时的载荷循环次数,并由此得到该寿命区域的齿轮应力-循环次数  $S-N$  曲线,如图7所示。

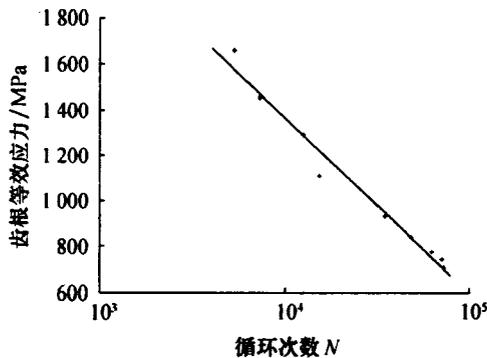


图7 不同载荷条件下  $S-N$  曲线

Fig. 7  $S-N$  curve under different load conditions

### 3 结论

本文应用边界元分析软件 FRANC3D 对包含初始缺陷的齿轮进行裂纹扩展仿真,得到扩展至整个齿宽后的裂纹形状,以及载荷循环次数与裂纹长度关系曲线,并研究了初始缺陷位置对裂纹扩展速度的影响。通过计算不同载荷条件下齿根应力和裂纹扩展到齿宽一半时的循环次数,得到有限寿命条件下的  $S-N$  曲线。

### 参考文献:

- [1] GLODEZ S, SRAML M, KRAMBERGER J. A computation model for determination of service life of gears [J]. International Journal of Fatigue, 2002, 24: 1013-1020.
- [2] PROULX T. Rotating Machinery, Structural Health Monitoring, Shock and Vibration [C]. Bethel: Springer-Verlag, 2011: 349-357.
- [3] SPIEVAK L E, WAWRZYNEK P A, INGRAFFEA A R. Simulating fatigue crack growth in spiral bevel gears [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001, 68(1): 53-76.
- [4] URAL A, HEBER G, WAWRZYNEK P A. Three-dimensional, parallel, finite element simulation of fatigue crack growth in a spiral bevel pinion gear [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2005, 72(8): 1148-1170.
- [5] 刘斌, 沈士明. 基于 FRANC3D 的三维疲劳裂纹扩展的数值模拟 [J]. 煤矿机械, 2007, 28(12): 52-54.
- [6] 于世光, 朱如鹏. 三维齿轮轮齿断裂数值分析与扩展模拟 [J]. 机械制造与研究, 2008, 37(6): 75-78.
- [7] PARIS P C, GOMEZ M P, ANDERSON W E. A rational analytical theory of fatigue [J]. The Trend in Engineering, 1961, 13(1): 9-14.
- [8] PARIS P C, ERDOGAN F. A critical analysis of crack propagation laws [J]. J Basic Engineering, 1963, 85(4): 528-534.
- [9] 刘素琴. 齿轮检测标准浅谈 [J]. 无损检测, 1994, 16(4): 106-108.