文章编号:1003-1545(2015)02-0082-05

双轴弯曲载荷下表面裂纹应力强度因子的数值计算

李 冲,宫旭辉,王任甫
(中国船舶重工集团公司第七二五研究所,河南 洛阳 471023)

摘 要: 本文通过 FRANC3D 软件计算双轴弯曲载荷下表面裂纹前缘的应力强度因子,数值计算和理论计算结果基本吻合;通过等裂纹面积不同纵横比的表面裂纹前缘应力强度因子的分析可知:当表面裂纹为浅裂纹时,等裂纹面积下 $a/c=1/3$ 时椭圆表面裂纹最为危险;当表面裂纹为深裂纹时,等裂纹面积下 $a/c=2$ 时椭圆表面裂纹最为危险。

关键词: 双轴弯曲;表面裂纹;应力强度因子;数值计算
中图分类号: O343.2 **文献标识码:** A

Numerical Simulation of Stress Intensity Factor of Surface Crack under Biaxial-bending Loading

LI Chong, GONG Xu-hui, WANG Ren-fu
(Luoyang Ship Material Research Institute, Luoyang 471023, China)

Abstract: Stress intensity factor of surface crack front under biaxial-bending loading was calculated by FRANC3D. The results of simulation and theoretical calculation are totally consistent. Besides, stress intensity factor of surface crack front of various aspect ratios in the case of equal area crack is analyzed. It is found that, ellipse surface crack with $a/c=1/3$ is mostly dangerous if the surface crack is shallow; ellipse surface crack with $a/c=2$ is mostly dangerous if the surface crack is deep.

Keywords: biaxial-bending; surface crack; stress intensity factor; numerical simulation

服役中的实际承压构件通常处于双向或多向载荷的状态[1]。双轴弯曲疲劳试验方法可用来模拟实际构件双向应力状态,为解决实际工程问题提供了一种新思路。表面裂纹是承压构件中最常见的缺陷之一,服役的实际承压构件几乎都存在着不同尺寸和数量的表面裂纹,这些裂纹在疲劳载荷的作用下将继续扩展,最终导致结构的失效[2—4]。针对三维表面裂纹应力强度因子的计算,目前主要有工程估算法、有限元法、边界元法、虚拟裂纹扩展方法、线弹性方法和光弹法等[5];而有限元法是求解复杂构件表面裂纹应力强度因子最有效的手段之一。目前,双轴弯曲载荷下表面裂纹应力强度因子的数值求解尚未开展研究。

本文主要采用专业断裂分析有限元软件——FRANC3D 数值计算双轴弯曲载荷下表面裂纹前缘应力强度因子分布,并和理论计算值进行对比分析;最后研究不同纵横比(a/c)下表面裂纹应力强度因子分布规律。

1 有限元模型的建立

本文研究所采用的材料是屈服强度为 785 MPa 级别的低碳调质合金钢,试验测得其弹性模量为 210 GPa,泊松比为 0.28。试样几何尺寸示意图见图 1。本文首先采用大型通用有限元软件 ABAQUS 对研究对象进行三维建模,网格参数见表 1;然后联合 FRANC3D 进行应力强度因子的数值计算。FRANC3D 计算流程图如图 2 所示。

收稿日期:2014-12-08
作者简介:李冲,1988 年生,男,主要从事疲劳与断裂方面的研究。E-mail: whhitlc2008@126.com。

表 1　网格参数

Table 1　Meshing parameters

单元类型	单元数	节点数	网格类型
C3D20R	15 176	73 635	Structured

注: C3D20R——20 节点六面体二次缩减积分

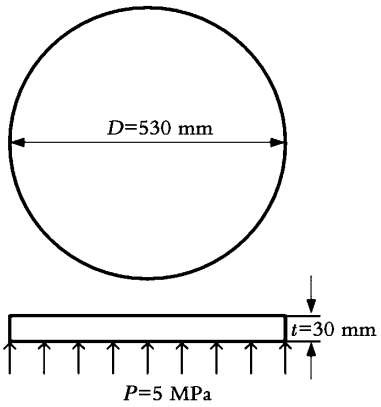

图 1　试样几何尺寸

Fig. 1　Dimension of specimens

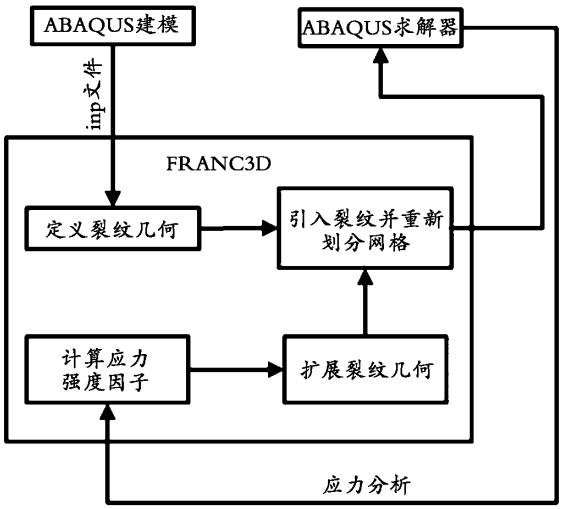

图 2　FRANC3D 计算流程图

Fig. 2　FRANC3D calculation flowchart

2　理论计算和数值计算的对比分析

2.1　数值计算

假设试样外表面中心处有一个长 $2c$ = 6 mm,深 a = 3 mm 的初始表面裂纹(图 3),根据"向导"定义初始裂纹的形状、方向和位置,引入裂纹的几何模型如图 4 所示,经计算得到的表面裂纹前缘不同位置处应力强度因子分布如图 5 所示。图中横坐标表示裂纹前缘归一化距离,即从表面裂纹长度方向上的一端沿椭圆弧到另一端的过程(从 0 到 1);纵坐标表示裂纹前缘某一位置的应力强度因子。由图可以看出,表面裂纹前缘应力强度因子分布呈抛物线型,且表面裂纹在最深处 A 点的应力强度因子值最小,大小为 26.47 MPa·$m^{1/2}$;表面裂纹在长度方向 B 点的应力强度因子值最大,大小为 33.98 MPa·$m^{1/2}$。

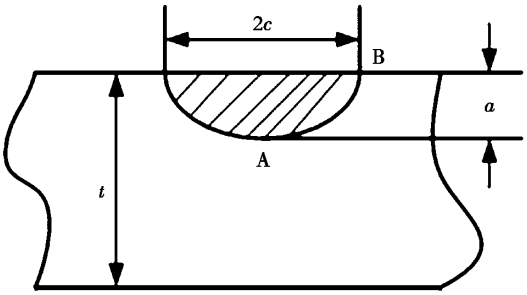

图 3　表面裂纹示意图

Fig. 3　Schematic diagram of surface crack

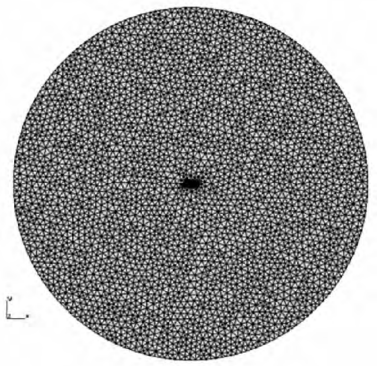

图 4　引入裂纹的模型

Fig. 4　The model of introduced crack

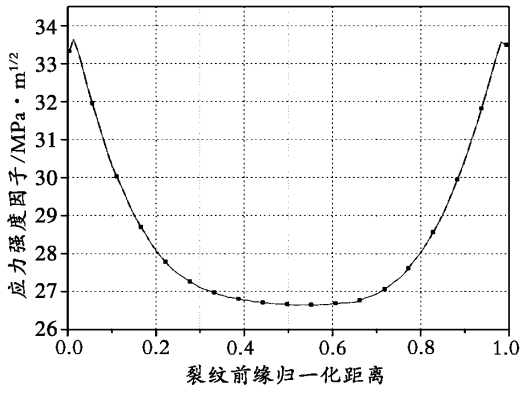

图 5　表面裂纹前缘应力强度因子分布

Fig. 5　Stress intensity factor distribution along surface crack front

2.2 理论计算

由于 $t/D \ll 1$，根据 Kirchhoff 弹性薄板小挠度理论[6]，试样承受弯曲载荷后其上任意一点均处于双向应力状态，即径向弯曲应力 σ_r 和周向弯曲应力 σ_θ；其最大径向弯曲应力 σ_{rmax} 和周向弯曲应力 $\sigma_{\theta max}$ 计算式如(1)和(2)式所示：

$$\sigma_{rmax} = \frac{3(3+\mu)}{8}\frac{pR^2}{t^2} \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta max} = \frac{3(3+\mu)}{8}\frac{pR^2}{t^2} \quad (2)$$

其中：p 为载荷；R 为试样半径；t 为试样的厚度；μ 为泊松比。由式(1)和(2)可计算出最大径向弯曲应力 σ_{rmax} 和周向弯曲应力 $\sigma_{\theta max}$ 为 480 MPa。

对三维表面裂纹最深处 A 点和表面处 B 点应力强度因子值可根据修正的 Newman-Raju 公式[7]进行理论计算，其计算公式见下表 2：

表 2 表面裂纹 A 点和 B 点应力强度因子计算式

Table 2 Stress intensity factor formulae of surface crack at points A and B

A 点应力强度因子计算式	B 点应力强度因子计算式
$K_{IA} = MF_A H_A \sigma_{rmax}\sqrt{\frac{\pi a}{Q}}$	$K_{IB} = MF_B H_B \sigma_{rmax}\sqrt{\frac{\pi a}{Q}}$
$M = \left[M_1 + M_2\left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3\left(\frac{a}{t}\right)^4\right]$	$M = \left[M_1 + M_2\left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3\left(\frac{a}{t}\right)^4\right]$
$F_A = \left[\sec\left(\frac{\pi c}{2w}\sqrt{\frac{a}{t}}\right)\right]^{1/2}$	$F_B = [1.1 + 0.35(a/t)^2]\left[\sec\left(\frac{\pi c}{2w}\sqrt{\frac{a}{t}}\right)\right]^{1/2}$
$H_A = 1 + G_1(a/t) + G_2(a/t)^2$	$H_B = 1.0 - 0.34(a/t) - 0.11(a/c)(a/t)$
$M_1 = 1.13 - 0.09(a/c)$	
$M_2 = -0.54 + 0.89/(0.2 + a/c)$	
$M_3 = 0.5 - 1/(0.65 + a/c) + 14(1 - a/c)^{24}$	
$G_1 = -1.22 - 0.12(a/c)$	
$G_2 = 0.55 - 1.05(a/c)^{0.75} + 0.47(a/c)^{1/5}$	

式中：K_{IA}、K_{IB} 分别表示表面裂纹最深处 A 点和表面处 B 点的应力强度因子；a 和 c 分别为裂纹深度和半长；t 为板厚；Q 为第二类椭圆积分；M 为前自由表面修正系数；F_A、F_B 为后自由表面修正系数；H_A、H_B 为应力梯度修正系数；σ_{rmax} 为径向最大弯曲应力。经上述理论计算可得 A 点的应力强度因子值为 29.05 MPa·$m^{1/2}$；B 点的应力强度因子值为 35.37 MPa·$m^{1/2}$。

2.3 对比分析

理论计算是根据已有的数学公式计算表面裂纹前缘的应力强度因子，而数值计算是通过 FRANC3D 软件计算表面裂纹前缘的应力强度因子，通过比较验证数值计算的准确性[8]。表 3 分别给出了表面裂纹前缘最深处 A 点和表面处 B 点数值计算值和理论计算值，二者结果较吻合，相对误差均在 10% 之内。

表 3 表面裂纹前缘 A 点和 B 点应力强度因子数值和理论计算值对比

Table 3 The comparison of numerial and theoretical calculated values of stress intonsity factor at points A and B on surface crack front

表面裂纹前缘位置	数值计算 K_I 值/(MPa·$m^{1/2}$)	理论计算 K_I 值/(MPa·$m^{1/2}$)	相对误差/%
A 点	26.47	29.05	8.88
B 点	33.98	35.37	3.93

3　不同纵横比的表面裂纹应力强度因子分布

表面裂纹实际上是三维裂纹,它与裂纹的深度 a 和裂纹的长度 $2c$ 均有关系,不同纵横比(a/c) 下裂纹尖端应力场状态也不同,为了对比方便选择一系列纵横比的半椭圆表面裂纹,且裂纹面面积基本相同。所选的裂纹尺寸如表 4 所示。

表 4　等面积下不同纵横比的表面裂纹尺寸

Table 4　Surface crack under equal area with different aspect ratios

纵横比(a/c)	裂纹深度(a) /mm	裂纹半长(c) /mm
1:1	5.200	5.200
1:2	3.675	7.350
1:3	3.000	9.000
1:4	2.600	10.400
1:5	2.325	11.625
2:1	7.350	3.675
3:1	9.000	3.000
5:1	11.625	2.325

通过 FRANC3D 软件引入上述裂纹尺寸,并运用软件功能中的 M 积分进行断裂力学分析,可以得到裂纹尖端不同位置的应力强度因子分布情况,如图 6、7 所示。

可以看出,当纵横比(a/c) 足够小,此时裂纹深度小于裂纹半长,应力强度因子 KI 呈类抛物线状分布,应力强度因子 K_I 最大处在裂纹最深处,且当纵横比(a/c) 为 1/3 时深度方向的 K_I 值最大,为 39.12 Mpa · $m^{1/2}$,可以推得当裂纹深度小于裂纹半长这种情况下,等裂纹面积下 $a/c = 1/3$ 时半椭圆表面裂纹最为危险; 当纵横比(a/c) 足够大,应力强度因子 K_I 分布呈中间低两侧高的形状,应力强度因子 KI 最大处在裂纹两侧长度方向上,且当纵横比为(a/c) 为 2 时长度方向上的 KI 值相对较大,为 44.81 Mpa · $m^{1/2}$,因此可推得椭圆表面裂纹纵横比大于 1 的情况,等裂纹面积下 $a/c = 2$ 时椭圆表面裂纹最为危险。

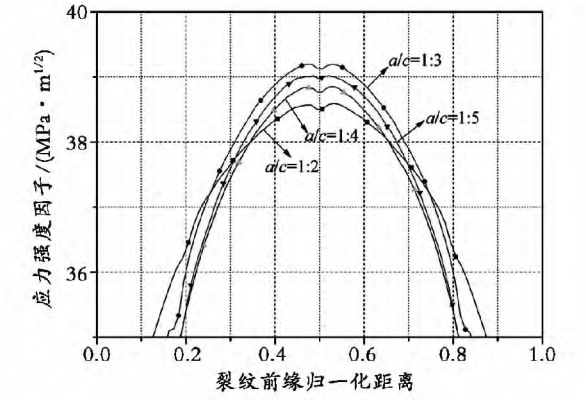

图 6　表面裂纹前缘应力强度因子分布($a/c < 1$)

Fig. 6　Stress intensity factor distribution along surface crack front ($a/c < 1$)

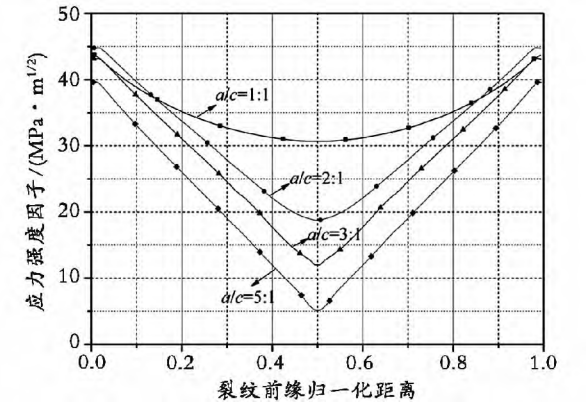

图 7　表面裂纹前缘应力强度因子分布($a/c \geq 1$)

Fig. 7　Stress intensity factor distribution along surface crack front($a/c \geq 1$)

4　结论

(1) 本文研究所用的有限元软件 FRANC3D 采用自适用网格重新划分技术,可获得高精度的应力强度因子计算结果; 通过数值计算和理论计算的对比分析,验证了数值计算的有效性;

(2) 表面裂纹的纵横比(a/c) 对裂纹前缘的应力强度因子影响很大,决定了裂纹前缘的应力强度因子的分布,使得应力强度因子最大值的位置在深度方向上和长度方向上不断变化;

(3) 通过等裂纹面积不同纵横比的表面裂纹前缘应力强度因子的分析可知,当表面裂纹为浅裂纹时,等裂纹面积下 $a/c = 1/3$ 时椭圆表面裂纹最为危险; 当表面裂纹为深裂纹时,等裂纹面

积下 $a/c=2$ 时椭圆表面裂纹最为危险。

参考文献:

[1] 张亚军,梁健. 一种悬臂弯曲加载表面裂纹扩展试样及其应用[J]. 中国测试,2009,35(1):94—96.

[2] 谢柞水,王自力,吴建国. 潜艇结构分析[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2004:204—208.

[3] 张利娟,张亚军,高灵清. 表面裂纹长度的测量方法[J]. 材料开发与应用,2009,24(5):75—79.

[4] 张丽娟,张亚军,高灵清. 悬臂弯曲加载表面裂纹长度与深度的关系研究[J]. 材料开发与应用,2014,29(4):1—7.

[5] 何家胜,朱光强,路远明,等. 弯扭组合载荷下圆管半椭圆表面裂纹应力强度因子的有限元分析[J]. 工程设计学报,2007,14(2): 153—159.

[6] 刘人怀. 板壳力学[M]. 北京:机械工业出版社,1990:38—54.

[7] Newman J C,Raju I S. An empirical stress intensity factor equation for the surface crack[J]. Engineering Fracture Mechanics,1981,15(2):185—192.

[8] 常磊,邓春峰,任方杰,等. 压力容器表面裂纹疲劳扩展的数值模拟[J]. 材料开发与应用,2013,28(5): 95—100.

(编辑:张迎元)